ELEMENTOS DE METEOROLOGIA TROPICAL

JORGE ALVAREZ LLERAS
Director del Observatorio Astronómico Nacional—Bogotá

(Continuación)

CAPITULO II.

ESTABLECIMIENTO DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL AIRE

En el capítulo anterior se estableció que si se observa en diferentes lugares de la tierra el ángulo de la isobara con la velocidad del aire, se nota que ese ángulo satisface aproximadamente a las leyes siguientes:

1º Para cada latitud tal ángulo tiene un valor constante, siendo este valor mayor en tierra que en el mar;

2º El ángulo (i,ds) crece, en las mismas circunstancias, con la latitud, hasta aproximarse a cerca de 90° en el ecuador.

Estas leyes comparadas con la fórmula (9)*, reducida a su más simple expresión:

$$tang\,(i,ds) = \frac{F}{r\omega v\;sen\,\lambda} \qquad \text{demuestran que:}$$

1º El roce F es proporcional a la velocidad: $F = fv$

2º Este roce varía con la naturaleza de la superficie terrestre, siendo más grande sobre los continentes que sobre los mares.

Sobre estas consideraciones volveremos después cuando se estudien los movimientos reales de la atmósfera, al considerar que la superficie terrestre no es, propiamente hablando, una superficie geométrica cuyas características relativamente al roce, no dependen del relieve topográfico, sino todo lo contrario; siendo este relieve factor importantísimo en los vientos locales. Pero por ahora nos limitamos, para establecer las ecuaciones del movimiento posible de la atmósfera, a las condiciones teóricas señaladas, porque cualquiera otro procedimiento haría imposible la solución mecánica del problema.

Establezcamos un sistema de coordenadas en la forma siguiente: por eje de las z la vertical del lugar, por eje de las x una horizontal dirigida al este y por eje de las y otra horizontal dirigida al sur.

Imaginemos un elemento infinitesimal de aire cuyo volumen sea: $d^3v = dx.dy.dz$.

Si llamamos ϱ su masa específica, se tendrá: $d^3\mu = \varrho\, dx.dy.dz$ para masa de ese elemento, y $d^3\tilde{\omega} = g.\varrho\, dx.dy.dz$ para peso del mismo, siendo g la intensidad de la gravedad.

Llamemos F el roce por cada unidad de masa, que experimenta el elemento al moverse, y por F_x F_y y F_z las componentes de la resistencia F según los tres ejes coordenados.

Sean dp_x dp_y y dp_z las diferenciales parciales de la presión del aire. El elemento estará sometido a las siguientes fuerzas exteriores:

$$X = -\,dp_x\,dydz - F_x\,\varrho.dx.dy.dz \therefore Y = -\,dp_y\,dxdz - F_y\,\varrho\,dx.dy.dz \therefore Z = -\,g\,\varrho\,dx.dy.dz - dp_z\,dx.dy.dz.$$

En realidad, si g nos representara la acción atractiva de la tierra, se debieran agregar las componentes de esta fuerza centrípeta según el meridiano y según la vertical, pues la vertical, estrictamente hablando, no es la dirección de la atracción de la tierra, sino la resultante entre dicha atracción y la fuerza centrífuga. Así, llamando λ la latitud del lugar ocupado por el elemento de aire dicho, o más bien, del origen de coordenadas, del cual dista muy poco, se tendrá para valor exacto de las componentes de las fuerzas exteriores que obran sobre el elemento, despreciando la diferencia que hay entre la latitud geográfica y la geocéntrica:

$$(1)\qquad \begin{aligned} X &= -\,dp_x\,dydz - F_x\,\varrho\,dx.dy.dz. \\ Y &= -\,dp_y\,dxdz - F_y\,\varrho\,dx.dy.dz - \omega^2 r\cos\lambda\,sen\,\lambda.\varrho\,dx.dydz. \\ Z &= -\,dp_x\,dxdy - F_z\,\varrho\,dx.dy.dz - g\varrho\,dx.dy.dz - \omega^2 r\cos^2\lambda\,\varrho.dx.dy.dz. \end{aligned}$$

En estas expresiones ω representa la velocidad angular de la tierra, r el radio terrestre y g la intensidad de la gravedad, sin corrección alguna, tal como sería determinada por medio de un péndulo de gravedad o algún aparato semejante.

Apliquemos el teorema de Coriolis al estudio del movimiento relativo del elemento con relación a la superficie terrestre, es decir, al sistema de coordenadas elegido y que se supone arrastrado por el movimiento de la tierra.

(*) Véase la página 447 del tomo III de esta Revista (Nº 12).

Se sabe por este teorema que el movimiento relativo puede estudiarse como un movimiento absoluto agregando a las fuerzas efectivas que obran sobre el móvil otras dos fuerzas ficticias, a saber: la primera igual y opuesta a la que fuera capaz de imprimir al móvil un movimiento igual al que tomaría si fuese arrastrado por el sistema de comparación; la segunda, llamada *fuerza centrífuga compuesta,* igual al doble del producto de la masa del móvil por la velocidad angular de rotación y por la proyección de la velocidad relativa sobre un plano perpendicular al eje instantáneo de rotación del sistema de comparación. El sentido de esta fuerza deberá tomarse en sentido contrario del movimiento de rotación a partir de la proyección de la velocidad relativa sobre el plano perpendicular al eje instantáneo de rotación.

1º *Componentes de la primera fuerza ficticia*—La fuerza capaz de imprimir al elemento una rotación alrededor del eje de la tierra con la velocidad angular ω de que ésta está animada, será tal que descomponiéndola en tangencial al paralelo que describe el elemento, y en centrípeta, es decir, perpendicular al eje de rotación, sus componentes serán:

$$F = r\cos\lambda\,\frac{d\omega}{dt}\,d^3\mu = o \qquad C = \omega^2 r\cos\lambda.d^3\mu. \qquad \text{Pues entonces} \quad \frac{d\omega}{dt} = o$$

Las componentes de C sobre los ejes elegidos, tomadas en sentido contrario, serán:

$$(2)\qquad X_c = o \qquad Y_c = \omega^2 r\cos\lambda.d^3\mu. \qquad Z_c = \omega^2 r\cos^2\lambda.d^3\mu.$$

2º *Componentes de la fuerza centrífuga compuesta*—Llamando a esta fuerza F_f sus componentes generales sobre los tres ejes son:

$$Z_f = 2m\,(qv_x - pv_y) \qquad Y_f = 2m\,(pv_x - rv_x) \qquad X_f = 2m\,(rv_y - qv_x)$$

En estas expresiones m es la masa del móvil, y p q y r así como v_x v_y v_z son las componentes respectivas de la velocidad del sistema de comparación, y las de la velocidad relativa.

En este caso se tendrá, evidentemente: $p = o$ $\quad q = \omega\cos\lambda$ y $r = -\,\omega\,sen\,\lambda.$

Poniendo $v_x = \dfrac{dx}{dt} \;\therefore\; v_y = \dfrac{dy}{dt} \;\therefore\; v_z = \dfrac{dz}{dt}$ y sustituyendo estos valores en las ecuaciones anteriores, así como $d^3\mu$ en lugar de m, resulta:

$$(3)\qquad X_f = -\,2\omega\left(sen\,\lambda\frac{dy}{dt} + \cos\lambda\frac{dz}{dt}\right)d^3\mu \qquad Y_f = 2\omega\,sen\,\lambda\frac{dx}{dt}.\,d^3\mu \qquad Z_f = 2\omega\cos\lambda\,\frac{dx}{dt}.\,d^3\mu$$

3º *Ecuaciones de movimiento*—Se tendrá, según el teorema citado:

$$\frac{d^2x}{dt^2}.\,d^3\mu = X + X_c + X_f. \qquad \frac{d^2y}{dt^2}.\,d^3\mu = Y + Y_c + Y_f. \qquad \frac{d^2z}{dt^2}.\,d^3\mu = Z + Z_c + Z_f.$$

Por tanto, dividiendo por $d^3\mu = \varrho\,dx.dy.dz$ tendremos:

$$(4)\qquad \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\,\frac{1}{\varrho}\,\frac{dp}{dx} - F_x - 2\omega\left(sen\lambda.\frac{dy}{dt} + \cos\lambda\frac{dz}{dt}\right) \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\,\frac{1}{\varrho}.\frac{dp}{dy} - F_y + 2\omega\,sen\,\lambda.\frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\,\frac{1}{\varrho}.\frac{dp}{dz} - F_x - g + 2\omega\cos\lambda.\frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

4º *Ecuaciones diferenciales de la presión del aire en movimiento*—Pongamos ahora:

$\varrho =$ densidad del aire a t^o de temperatura, a la presión P y para g valor de la gravedad.

$\varrho_1 =$ densidad del aire a 0^o de temperatura, a la presión P y para el valor g de la gravedad.

$\varrho_o =$ densidad del aire a 0^o de temperatura, a la presión $P_o = 0.760$ y para el valor g de la gravedad.

$\varrho'_o =$ densidad del aire a 0^o de temperatura, a la presión P_o y para el valor G de la gravedad.

Siendo $G =$ la intensidad de la gravedad a la latitud de 45°.

Llamando α el coeficiente de dilatación del aire, β el del mercurio, Δ_o la masa específica del mercurio a 0^o y Δ su masa específica a t^o se tendrá:

$$\frac{\varrho}{\varrho_1} = \frac{1}{1+\alpha t} \quad\therefore\quad \frac{\varrho_1}{\varrho_o} = \frac{P}{P_o} \quad\therefore\quad \frac{\varrho_o}{\varrho'_o} = \frac{g}{G} = n \quad\therefore\quad \varrho = \varrho'_o\,\frac{P}{P_o}.\frac{n}{1+\alpha t}$$

Por otra parte, si llamamos m la masa de mercurio sobre la unidad de área que hace equilibrio a la presión atmosférica, tendremos:

$$p = mg = mnG = \Delta hnG = \Delta_o\frac{h}{1+\beta t},nG = \Delta_o\,nGP$$

fórmula en la cual P es la lectura del barómetro reducida a cero.

Por tanto: $dp = \Delta_o nGdP$. El valor de $n = \frac{g}{G}$ es: $n = \frac{1}{(1 + 0.002606\cos 2\lambda)\left(1 + \frac{2z}{r}\right)}$

En donde z = altura sobre el nivel del mar, r = radio de la tierra y λ = latitud del lugar.

Llevando estos valores a las ecuaciones (4), tendremos, poniéndolas bajo la forma:

$$-\frac{1}{\varrho}\cdot\frac{dp}{dx} = F_x + \frac{d^2x}{dt^2} + 2\omega\left(sen\,\lambda\frac{dy}{dt} + cos\,\lambda\frac{dz}{dt}\right) \quad \therefore \quad -\frac{1}{\varrho}\cdot\frac{dp}{dy} = F_y + \frac{d^2y}{dt^2} - 2\omega\, sen\,\lambda\frac{dx}{dt}$$

$$-\frac{1}{\varrho}\cdot\frac{dp}{dz} = F_z + \frac{d^2z}{dt^2} + g - 2\omega\, cos\,\lambda\frac{dx}{dt}.$$

$$-\frac{P_o(1+\alpha t)}{\varrho'_o Pn}\,\Delta_o nG\,\frac{dP}{dx} = F_x + \frac{d^2x}{dt^2} + 2\omega\left(sen\,\lambda\frac{dy}{dt} + cos\,\lambda\frac{dz}{dt}\right)$$

$$-\frac{P_o(1+\alpha t)}{\varrho'_o Pn}\,\Delta_o nG\,\frac{dP}{dy} = F_y + \frac{d^2y}{dt^2} - 2\omega\, sen\,\lambda\frac{dx}{dt}$$

$$-\frac{P_o(1+\alpha t)}{\varrho'_o Pn}\,\Delta_o nG\,\frac{dP}{dz} = F_z + \frac{d^2z}{dt^2} - 2\omega\, cos\,\lambda\frac{dx}{dt} + g$$

Poniendo:

$$\mu = \frac{\varrho'_o}{P_o\Delta_o G(1+\alpha t)} \quad \therefore \quad \mu = \frac{1}{L.G(1+\alpha t)} = \frac{n}{7991{,}7.g(1+\alpha t)}$$

se tendrá:

$$(5) \qquad -\frac{1}{\mu}\cdot\frac{dlP}{dx} = F_x + \frac{d^2x}{dt^2} + 2\omega\left(sen\,\lambda\frac{dy}{dt} + cos\,\lambda\frac{dz}{dt}\right) \qquad -\frac{1}{\mu}\cdot\frac{dlP}{dy} = F_y + \frac{d^2y}{dt^2} - 2\omega\, sen\,\lambda\frac{dx}{dt}$$

$$-\frac{1}{\mu}\cdot\frac{dlP}{dz} = F_z + \frac{d^2z}{dt^2} - 2\omega\, cos\,\lambda\frac{dx}{dt} + g.$$

Multiplicando la primera por dx, la segunda por dy y la tercera por dz y sumando, tenemos:

$$-\frac{1}{\mu}dlP = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz + \frac{d^2x}{dt^2}dx + \frac{d^2y}{dt^2}dy + \frac{d^2z}{dt^2}dz + gdz.$$

Poniendo: $d\varphi = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz$ (siendo φ la función del roce). Y además:

$$\frac{d^2x}{dt^2}dx + \frac{d^2y}{dt^2}dy + \frac{d^2z}{dt^2}dz = \frac{dx}{dt}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}dt + \frac{dy}{dt}\cdot\frac{d^2y}{dt^2}dt + \frac{dz}{dt}\cdot\frac{d^2z}{dt^2}dt = \frac{dx}{dt}\cdot d\,\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}\cdot d\,\frac{dy}{dt} + \frac{dz}{dt}\cdot d\,\frac{dz}{dt} =$$

$$= d\,\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right] = \frac{1}{2}\,dv_r^2 \qquad \text{(siendo } v_r \text{ la velocidad relativa).}$$

Se tendrá:

$$-\frac{1}{\mu}\,dlP = d\varphi + \frac{1}{2}\,dv_r^2 + gdz. \qquad (6)$$

* * *

CASOS PARTICULARES—1º—*Caso de reposo*—Si imaginamos que el aire está en reposo, tendremos:

$$\varphi = o \quad \text{y} \quad v_r = o \quad \text{y, por consiguiente,} \quad d\varphi = o \quad \text{y} \quad dv_r^2 = o.$$

Entonces la ecuación (6) se convertirá en (6)' $\quad -\frac{1}{\mu}dlP = gdz.\quad$ Por tanto, $\quad dlP = -\mu gdz.$

Ahora, como $\quad \mu = \frac{1}{7991{,}7(1+0.004\tau)}\cdot\frac{1}{(1+0.002606\cos 2\lambda)\left(1+\frac{2z}{r}\right)}$

Resulta: $\quad dlP = -\frac{1}{7991{,}7(1+0.004\tau)\,(1+0.002606.\cos 2\lambda)}\cdot\frac{dz}{1+\frac{2z}{r}}$

Se puede integrar aproximadamente esta diferencial considerando lo siguiente: En ella figura τ la temperatura, que es función de las coordenadas del elemento. Pero como τ entra multiplicado por un factor $\alpha = 0.004$, que es el coeficiente de dilatación del aire teniendo en cuenta la cantidad de vapor de agua contenida en él (la cual es muy pequeña), se comete un error muy pequeño tomando el valor variable τ por el valor medio $\tau_m = \frac{\tau_o + \tau_1}{2}$ (Siendo τ_o y τ_1 las temperaturas extremas entre las cuales se quiere efectuar la integración). Lo mismo se habrá de considerar la latitud media λ de los dos extremos.

Por otra parte, podemos cambiar el logaritmo neperiano por el logaritmo vulgar. Llamando, para este efecto, M el módulo del sistema neperiano, tendremos: $\quad d.log\,P = log\,e\,dlP = M\,dlP.$

Por tanto: $\quad d\,log\,P = -\frac{M}{7991{,}7(1+0.004\,\tau_m)\,(1+0.002606\cos 2\lambda)\left(1+\frac{2z}{r}\right)}\,dz \quad$ Ahora, como

$$M = 0.4342945 \quad \text{se tendrá:} \quad \frac{dz}{1+\frac{2z}{r}} = -18401{,}6\,(1+0.002606\cos 2\lambda)\;(1+0.004\,\tau_m)\,d\,log\,P. \qquad (7)$$

Como z es muy pequeño con respecto a r, podemos reemplazar, sin error sensible, $\frac{1}{1+\frac{2z}{r}}$ por su valor aproximado: $\quad 1 - \frac{2z}{r} + \frac{4z^2}{r^2} \quad$ Sustituyendo en (7) resulta:

$$\left(1 - \frac{2z}{r} + \frac{4z^2}{r^2}\right)dz = -18401.6\,(1+0.002606\cos 2\lambda)\;(1+0.004\,\tau_m)\,d\,log\,P.$$

Llamando H_1 la altura sobre el nivel del mar del punto de partida y H_2 la correspondiente al otro punto, y denominando P_1 y P_2 las presiones barométricas respectivas reducidas a cero, se tendrá integrando:

$$\int_{H_1}^{H_2}\left(1 - \frac{2z}{r} + \frac{4z^2}{r^2}\right)dz = 18401{,}6\,(1+0.002606\cos 2\lambda)\;(1+0.004\,\tau_m)\int_{P_2}^{P_1} d\,log\,P.$$

Por tanto:

$$H_2 - H_1 - \frac{H^2_2 - H^2_1}{r} + \frac{4}{3r^2}(H^3_2 - H^3_1) = 18401{,}6\,(1+0.002606\cos 2\lambda)\;(1+004\,\tau_m)\,log\,\frac{P_1}{P_2}$$

Para determinar a $H_2 - H_1$ será, pues, necesario proceder por aproximaciones sucesivas. En primer lugar el tercer término es tan pequeño que se puede despreciar sin cometer error sensible. Así se tendrá:

$$(H_2 - H_1)\left(1 - \frac{H_2 - H_1}{r}\right) = 18401{,}6\;(1+0.002606\cos 2\lambda)\;(1+0.004\,\tau_m)\,log\,\frac{P_1}{P_2}$$

Por tanto:

$$H_2 - H_1 = 18401{,}6\,(1+0.002606\cos 2\lambda)\;(1+0.004\,\tau_m)\left(1 + \frac{H_2 + H_1}{r}\right)log\,\frac{P_1}{P_2} \qquad (8)$$

Esta fórmula es simplemente aproximada, pues se ha supuesto un valor aproximado para la densidad ϱ del aire; pero ella nos sirve bien para el objeto que nos proponemos, el cual no es otro que el de llegar a una verificación de los fenómenos generales del movimiento.

2º *Movimiento horizontal de la atmósfera*—Si integramos a (6)' considerando a μ como una constante, se tendrá:

$$-\frac{1}{\mu}\int_{P_o}^{P} dlP = g\int_{o}^{z} dz \qquad \text{O bien:} \quad -\frac{1}{\mu}(lP - lP_o) = gz \qquad \text{De donde} \quad lP_o - lP = \mu gz \qquad (9)$$

En esta última expresión P_o representa la presión atmosférica al nivel del mar y P la presión en que se encuentra el elemento cuya altura es z. Si tomamos las derivadas con relación a x e y tendremos:

$$\frac{dl\,P_o}{\mu dx} - \frac{dlP}{\mu dx} = gz\frac{dl\mu}{dx} \quad \therefore \quad \frac{dl\,P_o}{\mu dy} - \frac{dlP}{\mu dy} = gz\frac{dl\mu}{dy}$$

Por consiguiente, sustituyendo en las dos primeras ecuaciones, y haciendo $\frac{dz}{dt} = o$, pues consideramos únicamente movimiento horizontal, tendremos:

$$(10) \qquad -\frac{dl\,P_o}{\mu\,dy} = F_x + \frac{d^2x}{dt^2} + 2\omega\,sen\,\lambda\frac{dy}{dt} - gz\frac{dl\mu}{dx} \quad \therefore \quad -\frac{dl\,P_o}{\mu dy} = F_y + \frac{d^2y}{dt^2} - 2\omega\,sen\,\lambda\frac{dx}{dt} - gz\frac{dl\mu}{dy}$$

En rigor μ es función a la vez que de z, de x y de y pues es función de la temperatura, y ésta varía no sólo con la altura sino también, como es sabido, con la latitud, así como con la época del año y con la hora del día o, lo que es lo mismo, con la longitud.

Para cada lugar de la tierra hay un temperatura media, que depende de sus coordenadas: latitud y altura. Así la temperatura media normal de la tierra es dada por una serie de la forma:

$$\tau = \Sigma A_s\cos s\varphi \qquad (\alpha) \qquad \text{siendo} \quad \varphi = 90^o - \lambda \quad \text{la distancia polar local.}$$

Observaciones y discusiones cuidadosas han fijado los valores de los coeficientes A_s. Así, llamando τ la temperatura media en latitud, se tiene:

$\tau = 8°50 - 1°75 \cos\varphi - 20°95 \cos 2\varphi - 1°00 \cos 3\varphi - 2°66 \cos 4\varphi$. Esto en el caso más general del movimiento de la atmósfera que depende de las diferencias de temperatura medias de los diferentes paralelos, y en el cual no se consideran las variaciones anuales.

De la fórmula (α), notando que $dy = -r\partial\lambda = rd\varphi$ $\quad \frac{d\tau}{dy} = \frac{d\tau}{rd\varphi} = -\frac{1}{r}\Sigma S A_s \, sen\, S\varphi$.

Como

$$\mu = \frac{1}{Lg(1+0.004\tau)} \quad \therefore \quad l\mu = -l.Lg(1+0.004\tau) \quad \text{De donde} \quad \frac{dl\mu}{dy} = -\frac{Lg \times 0.004}{Lg(1+0.004\tau)} \cdot \frac{d\tau}{dy}$$

O bien: $\frac{dl\mu}{dy} = \frac{1}{r} \cdot \frac{0.004}{1+0.004\tau} \Sigma S A_s \, sen\, S\varphi$. (11) Llevando este valor a las ecuaciones (10)

y notando que $\frac{dl\mu}{dx} = o$ tendremos: $\frac{dl\,P_o}{\mu dx} = o$. Por tanto:

$$(12) \quad \begin{aligned} & F_x + \frac{d^2x}{dt^2} + 2\omega\, sen\,\lambda \frac{dy}{dt} = o \\ & -\frac{dl\,P_o}{\mu dy} = F_y + \frac{d^2y}{dt^2} - 2\omega\, sen\,\lambda \frac{dx}{dt} - \frac{gz}{r} \cdot \frac{0.004}{1+0.004\tau} \Sigma S A_s \, sen\, S\varphi \end{aligned}$$

* * *

CASOS PARTICULARES—*Movimiento y presión de la atmósfera en el caso de una temperatura uniforme, haciendo abstracción del roce contra la superficie terrestre.*

Si el elemento de aire se moviera hacia el ecuador o hacia el polo por una fuerza que obrara en el plano del meridiano y no hubiera roce que impidiera su movimiento hacia el *este* o el *oeste*, la resultante de todas las fuerzas que actuaran sobre ese elemento encontraría al eje de rotación de la tierra y su momento sería nulo; por tanto, tendremos por unidad de masa: $r^2 \cos^2\lambda . \frac{d\omega}{dt} = o$. (13)

Es decir, que el producto del cuadrado del radio de giro por la aceleración angular es nulo, pues es igual a la suma de los momentos de las fuerzas dividida por la masa del elemento (para tener los resultados referidos a la unidad de masa). Así pues: $r^2 \cos^2\lambda\omega = C$. (14) siendo C la constante inicial y ω la velocidad angular del elemento. Si llamamos ω_o la velocidad angular de la tierra, y γ su velocidad angular relativa, se tendrá, puesto que $\omega = \omega_o + \gamma$

$$r^2 \cos^2\lambda\gamma = C - r^2 \cos^2\lambda\omega_o$$

Y si llamamos λ_o la latitud inicial del elemento y suponemos que ω_o es su velocidad angular inicial en esa latitud, tendremos, suponiendo la tierra esférica: $C = r^2 \cos^2\lambda_o . \omega_o$. (14)'

Por tanto: $r^2 \cos^2\lambda\gamma = (r^2 \cos^2\lambda_o - r^2 \cos^2\lambda)\,\omega_o$ O bien: $\gamma = \frac{\omega_o}{\cos^2\lambda}(\cos^2\lambda_o - \cos^2\lambda)$

Y como $\frac{dx}{dt} = r \cos\lambda . \gamma$ resulta: $\frac{dx}{dt} = \frac{r\,\omega_o}{\cos\lambda}(\cos^2\lambda_o - \cos^2\lambda)$ (15)

Si suponemos ahora que las capas diferentes de aire ejercen entre sí la acción mutua del roce, pero que no haya roce entre la atmósfera y la superficie de la tierra, todas las partículas, cualquiera que haya sido su estado inicial, se verán obligadas a adquirir una misma velocidad en el mismo paralelo de latitud, y a todas las alturas.

Por consiguiente, como para cada paralelo de latitud se tiene, llamando dm la masa de aire comprendida en una zona de espesor infinitesimal en latitud:

$$\frac{d\omega}{dt} dm.r^2 \cos^2\lambda = \Sigma_{\lambda}^{\lambda+d\lambda} MF. \qquad \left(\text{Siendo } \Sigma_{\lambda}^{\lambda+d\lambda} MF \text{ la suma de los momentos de las fuerzas}\right)$$

Para toda la atmósfera se tendrá: $\Sigma \frac{d\omega}{dt} dm.r^2 \cos^2\lambda = \Sigma_{-90}^{+90} MF = o$

De donde $\Sigma\omega\, dm\, r^2 \cos^2\lambda = m\,C$. (Llamando C la constante relativa a la unidad de masa).

Reemplazando: $m = 4\pi r^2 H\varrho$ $\quad \omega = \omega_o + \gamma \quad \therefore \quad dm = 2\pi r^2 \cos\lambda\, d\lambda . H\varrho$

(Siendo H la altura de la atmósfera y ϱ su masa específica). Se tendrá:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (\omega_o + \gamma)\, 2\pi r^4 \cos^3\lambda\, d\lambda . H\varrho = 4\pi r^2 H\varrho . C.$$

O bien: $C = \frac{r^2}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \omega_o \cos^3\lambda\, d\lambda + \frac{r^2}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \gamma \cos^3\lambda\, d\lambda \quad \therefore \quad C = \frac{r^2}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (\omega_o + \gamma)\cos^3\lambda\, d\lambda$

Y si ponemos: $\gamma_1 = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \gamma \cos^3\lambda\, d\lambda}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^3\lambda\, d\lambda}$ Se tendrá: $C = \frac{r^2}{2}(\omega_o + \gamma_1)\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^3\lambda\, d\lambda = \frac{2}{3} r^2 (\omega_o + \gamma_1)$

Si se supone que el estado inicial es el reposo relativo, tendremos $\gamma = o$ y, por tanto, $\gamma_1 = o$.

De donde: $C = \frac{2}{3} r^2 \omega_o$

Si ahora llamamos λ_o la latitud del paralelo al cual corresponde una constante igual a C (14)' se tiene:

$$C = r^2 \omega_o \cos^2\lambda_o = \frac{2}{3} r^2 \omega_o \qquad \text{Por tanto:} \quad \cos\lambda_o = \sqrt{\frac{2}{3}} = \cos 35°16'$$

Llevando este valor a (15) tendremos: $\frac{dx}{dt} = \frac{r\omega_o}{\cos\lambda}(\cos^2 35°16' - \cos^2\lambda)$

Por tanto, cuando $\lambda < 35°16'$, $\frac{dx}{dt}$ será negativo, y cuando $\lambda > 35°16'$, $\frac{dx}{dt}$ será positivo.

Así, pues, en el caso considerado, el viento soplará hacia el *este* desde el polo hasta el paralelo de *35°16'*, y desde allí hasta el ecuador soplaría hacia el *oeste*.

* * *

CONSIDERACIONES GENERALES—Es claro que lo que antecede no pasa de ser una interpretación mecánica teórica —basada en supuestos cuya concordancia y simultaneidad son imposibles en la práctica— de los movimientos reales de la atmósfera, que es preciso estudiar por la observación directa. Pero ello no implica que la relación existente entre las depresiones barométricas y las corrientes aéreas, deje de tener acertada interpretación con la aplicación directa de las ecuaciones fundamentales.

Y es, precisamente, sobre esta relación y su estudio detenido, que habremos de establecer las diferencias fundamentales que existen entre las condiciones meteorológicas de las zonas templadas y las que son propias y características de la zona tórrida.

Como se observa, las circunstancias teóricas: temperatura uniforme e independencia del roce contra la superficie terrestre, están muy lejos de corresponder a la realidad de las cosas; pues, como se dijo en el Capítulo I, los vientos o corrientes aéreas locales nos están demostrando permanentemente que las variaciones locales de la temperatura y la naturaleza y contorno de la superficie terrestre, en su topografía, son factores determinantes en estas corrientes. Por tanto, sería de importancia capital establecer primero qué entendemos por grandes corrientes aéreas que se extienden hasta las altas regiones de la tropopausa, y lo que calificamos de corrientes locales superficiales, y que son sólo las que podemos medir por medio del anemómetro.

Tal discusión será objeto del capítulo próximo.

(Continuará)